



Bölüm 2: Oyun Kuramına Giriş

Algoritmik Oyun Kuramı



Oyun Teorisi

- Rasyonel karar vericiler arasındaki çatışma ve işbirliğinin matematiksel modelleri



İçindekiler

- Oyun Temsilleri (*Game Representations*)
 - Oyunların grafik ve matematiksel modelleri
- Oyunların Sınıflandırılması (*Classification of Games*)
 - Kooperatif ve kooperatif olmayan oyunlar
 - Simetrik ve asimetric oyunlar
 - Sıfır toplamlı ve sıfır toplamlı olmayan oyunlar
- Yaygın Oyunlar (*Commonly Known Games*)
 - Esirlerin İkilemi,
 - Koordinasyon Oyunu,
 - Tavuk Oyunu vb.



İçindekiler

- Nash Dengesi (*Nash Equilibrium*)
 - Rasyonel stratejiler ve denge durumu
- Genişletilmiş Form Oyunları (*Extensive-Form Games*)
 - Ağaç yapısında karar alma süreçleri
- Tekrarlanan Oyunlar (*Repeated Games*)
 - Stratejik etkileşimlerin tekrarları
- Bayeşçi Tabanlı Oyunlar (*Bayesian Games*)
 - Bilgi asimetrisi altında karar verme



İçindekiler

- Koalisyonel Oyunlar (*Coalitional Games*)
 - Koalisyonlar ve kolektif karar alma süreçleri
- Sosyal Tercih (*Social Choice*)
 - Toplumsal karar alma mekanizmaları
- Mekanizma Tasarımı (*Mechanism Design*)
 - İstenen sonuçları elde etme süreci
- VCG (Vickrey-Clarke-Groves) Mekanizması
 - Gerçek doğruluğu teşvik eden ödeme mekanizması



Oyun Temsilleri

- **Oyuncular: karar vericiler kimlerdir?**
 - İnsanlar mı?
 - Hükümetler mi?
 - Şirketler mi?
 - Bir şirket tarafından istihdam edilen biri mi?...



Oyun Temsilleri

- **Eylemler: oyuncular ne yapabilir?**
- Bir açık artırmada teklif mi verirler?
- Grevi bitirip bitirmemeye mi karar verirler?
- Bir hisse senedini ne zaman satacaklarına mı karar verirler?
- Nasıl oy vereceklerine mi karar verirler?...



Oyun Temsilleri

- **Ödüller: oyuncuları ne motive eder?**
 - Kâr mı umurlarında?
 - Diğer oyuncular mı umurlarında?...



Normal Form

- Oyuncuların eylemleri sonucunda elde ettikleri ödülleri listeleyen bir gösterim şeklidir.
- Oyuncuların eylemlerinin sırası veya zamanlaması dikkate alınmaz.
- Genellikle bir matris ile temsil edilir.

	Sessiz Kal	İhanet Et
Sessiz Kal	-1, -1	-3, 0
İhanet Et	0, -3	-2, -2



Genişletilmiş Form

- Hareketlerin zamanlamasını içerir.
- Genellikle bir ağaç yapısı ile temsil edilir.

Oyunların Sınıflandırılması





Eşzamanlı Oyunlar (Strateji Oyunları)

- Her iki oyuncunun aynı anda hamle yaptığı veya birinin diğerinin hamlesinden habersiz olduğu oyunlardır.
- Genellikle *normal form* kullanılarak temsil edilir.
- **Örnek:** Esirlerin İkilemi.
- Oyuncular, diğerlerinin kararlarını bilmeden kendi stratejilerini belirler.
- Stratejik belirsizlik yüksektir.



Sıralı Oyunlar (Genişletilmiş Oyunlar)

- Sonraki oyuncuların, önceki oyuncuların hamleleri hakkında bilgi sahibi olduğu oyunlardır.
- Genellikle *genişletilmiş form* kullanılarak temsil edilir.
- **Örnek:** Satranç, rekabetçi piyasalarda fiyat belirleme.
- Bilgi avantajı, oyuncuların stratejilerini etkiler.
- Stratejik planlama daha karmaşıktır ve gelecekteki hamleler dikkate alınır.



Kooperatif İşbirlikçi Oyunlar

- Oyuncuların, dışarıdan zorlayıcı bağlayıcı taahhütler oluşturabildiği oyunlardır (örneğin, sözleşme hukuku ile).
 - Oyuncular arasında koalisyonlar ve ittifaklar kurulur.
 - Paylaşılan kazanç veya faydalar üzerine müzakereler yapılır.
 - Adil bölüşüm ilkeleri önemlidir.
- **Örnek:** Ortaklık kurma, birleşme ve satın alma süreçleri.
- Oyuncular, toplu olarak daha iyi sonuçlar elde etmek için yapabilirler.
- Dış denetim veya hukuki araçlar, anlaşmaların uygulanmasını sağlar.



Kooperatif İşbirlikçi Olmayan Oyunlar

- Oyuncuların ittifak kuramadığı veya tüm anlaşmaların kendi kendine uygulanabilir olması gerektiği oyunlardır.
 - Her oyuncu kendi çıkarını maksimize etmeye çalışır.
 - Anlaşmalar, diğer oyuncuların caydırıcı olabilecek tepkilerine dayanır.
 - Rekabet ve çatışma unsurları ön plandadır.
- **Örnek:** Rekabetçi pazarlar, esirlerin ikilemi.
- Oyuncular arasında işbirliği yoktur veya sınırlıdır.
- Stratejik davranış, güven ve caydırıcılık mekanizmaları üzerine kuruludur.



Sıfır Toplamlı Oyunlar

- Her bir katılımcının faydasındaki kazanç veya kaybın, diğer katılımcıların faydasındaki kayıp veya kazançlarla tam olarak dengelendiği oyunlardır.
 - Toplam fayda sıfırdır; bir oyuncunun kazancı, diğerinin kaybıdır.
 - Rekabetçi bir yapıdadır; tek taraflı kazanç ön plandadır.
- **Örnek:** Satranç, poker, spor müsabakaları.
- Oyun sonunda, tüm oyuncuların kazanç ve kayıplarının toplamı sıfırdır.
- Stratejiler, rakibin kaybı üzerine odaklanır.



Sıfır Toplamlı Olmayan Oyunlar

- Oyuncuların toplam kazanç ve kayıplarının sıfırdan farklı olabileceği oyunlardır; toplam kazanç veya kayıp sıfırdan büyük veya küçük olabilir.
 - İşbirliği ve rekabet bir arada olabilir.
 - Tüm tarafların kazançlı çıktığı durumlar mümkün olabilir.
 - İletişim ve müzakere, oyunun seyrini değiştirebilir.
- **Örnek:** Ticaret müzakereleri, pazarlık süreçleri, çevre anlaşmaları.
- Taraflar arasında hem kazanç hem kayıplar olabilir, ancak toplam fayda sıfır değildir.
- Stratejik işbirliği, tüm tarafların kazançlı çıkmasını sağlayabilir.



Tam Bilgili Oyunlar

- Tüm oyuncuların, diğer oyuncular tarafından daha önce yapılan hamleleri bildiği oyunlardır.
 - Oyun tamamen şeffaftır; hiçbir bilgi gizlenmez.
 - Oyuncular, tüm geçmiş hamleleri bilerek strateji geliştirir.
 - Oyun genellikle sıra tabanlıdır.
- **Örnek:** Satranç, dama, go.
- Stratejik analiz ve ileriye dönük düşünme kritik öneme sahiptir.
- Her oyuncunun bilgisi, oyunun gelecekteki gidişatını etkiler.



Eksik Bilgili Oyunlar

- Bazı oyuncuların, diğer oyuncular tarafından daha önce yapılan hamleleri bilmediği oyunlardır.
 - Bilgi eksikliği veya belirsizlik mevcuttur.
 - Oyuncular, eksik bilgiyle strateji geliştirmek zorundadır.
 - Belirsizlik, riski artırır ve stratejik tahminler önem kazanır.
- **Örnek:** Poker, savaş oyunları, gizli açık artırmalar.
- Eksik bilgi, stratejik karar alma sürecini zorlaştırır.
- Risk yönetimi ve olasılık hesapları stratejinin merkezinde yer alır.



Sonlu Oyunlar

- Sınırlı sayıda hamle içeren ve belirli bir sürede sona eren oyunlardır.
 - Oyun, belirli bir hamle sayısının ardından sona erer.
 - Stratejiler, oyunun sonuna doğru yoğunlaşabilir.
 - Oyun süresi belirli olduğundan, stratejik planlama daha öngörülebilir olabilir.
- **Örnek:** Satranç, dama, futbol maçları.
- Oyuncular, oyunun sona ereceğini bilerek strateji geliştirirler.
- Son hamleler, oyunun sonucunu belirlemede kritik rol oynar.



Sonsuz Oyunlar

- Sonsuz sayıda hamle içeren, teorik olarak sonsuza dek sürebilecek oyun.
 - Oyun, belirli bir sonla sınırlı değildir; devam edebilir.
 - Stratejiler, uzun vadeli düşünmeyi gerektirir.
 - İşbirliği ve sürdürülebilir stratejiler önem kazanır.
- **Örnek:** Sürekli fiyat rekabeti, tekrarlanan pazarlık süreçleri.
- Oyuncular, sürekli bir stratejik döngü içinde hareket ederler.
- Uzun vadeli denge ve işbirliği, sürdürülebilir kazançlar elde etmek için gereklidir.

Yaygın Bilinen Oyunlar





Esirlerin İkilemi (Prisoner's Dilemma)

▪ Oyun Matrisi:

	Sessiz Kal	İhanet Et
Sessiz Kal	-1, -1	-3, 0
İhanet Et	0, -3	-2, -2



Esirlerin İkilemi (Prisoner's Dilemma)

- **Nash Dengesi (NE):** Her iki oyuncunun da diğerinin stratejisini değiştirmedeği durumda en iyi stratejiyi seçtiği noktadır.
- Bu oyunda 1 adet NE vardır:
 - Her iki oyuncu da **ihanet eder**.
 - Bu, **baskın stratejiler** Nash dengesidir.
 - Ancak, bu oyun sonucunda elde edilen denge, oyunun **Pareto optimal** olmayan tek sonucudur.



Esirlerin İkilemi (Prisoner's Dilemma)

- **Baskın Strateji:** İhanet etmek, her iki oyuncu için de baskın stratejidir, çünkü bu durumda her iki oyuncu da diğerinin hamlesine bakılmaksızın en iyi sonucu elde eder.
- **Pareto Optimum:** Bir oyuncunun durumunu iyileştirmeden diğerini daha kötü duruma getirmeyen bir durumdur. Bu oyunda, her iki oyuncunun da ihanet etmesi Pareto optimal değildir, çünkü her iki oyuncu da sessiz kalarak daha iyi bir sonuca ulaşabilir.



Matching Pennies Oyunu

▪ Oyun Matrisi:

	Yazı Oyna	Tura Oyna
Yazı Oyna	1, -1	-1, 1
Tura Oyna	-1, 1	1, -1



Matching Pennies Oyunu

- **Nash Dengesi (NE):**
 - Bu oyunda 1 adet Nash Dengesi (NE) vardır:
 - **Karışık Stratejiler NE:** Her oyuncu yazı veya tura oynamayı %50 olasılıkla seçer.
 - Bu durumda her iki oyuncu da karışık stratejiler uygulayarak dengeye ulaşır.



Matching Pennies Oyunu

- **Özellikler:**
- **Sıfır Toplamlı Oyun:** Bir oyuncunun kazancı, diğer oyuncunun kaybı ile tam olarak dengelenir.
- **Stratejik Belirsizlik:** Oyuncular arasında stratejik belirsizlik mevcuttur, çünkü her oyuncu rakibinin ne seçeceğini tam olarak tahmin edemez.
- **Olasılık ve Karışık Stratejiler:** Oyuncular, rakibinin hareketlerini tahmin edemedikleri için, yazı veya tura oynamayı %50 olasılıkla seçerler.



Matching Pennies Oyunu

- **Önemli Noktalar:**
- **Stratejik Rastgelelik:** Oyuncuların stratejik olarak rastgele seçim yapması, oyunun doğasında yer alan belirsizliği en iyi şekilde yönetmelerini sağlar.
- **Nihai Sonuç:** Her iki oyuncu da karışık stratejiler uygulayarak dengede kalır, bu da her iki tarafın da ne tam olarak kazanmasını ne de kaybetmesini sağlar.



Cinsiyetlerin Savaşı (Battle of the Sexes)

▪ Oyun Matrisi:

	Operaya Git	Futbola Git
Operaya Git	3, 2	0, 0
Futbola Git	0, 0	2, 3



Cinsiyetlerin Savaşı (Battle of the Sexes)

- **Nash Denge Noktaları (NE):**
 - Bu oyunda 3 farklı Nash Denge noktası (NE) vardır:
 - Her iki oyuncu da operaya gider.
 - Her iki oyuncu da futbola gider.
 - **Karışık Stratejiler NE:** Erkek %60 olasılıkla operaya gider, kadın ise %40 olasılıkla operaya gider.



Cinsiyetlerin Savaşı (Battle of the Sexes)

▪ Özellikler:

- **Koordinasyon Sorunu:** Bu oyunda, iki oyuncunun da tercihlerinin farklı olması nedeniyle bir koordinasyon sorunu vardır.
- **Paylaşılan Kazançlar:** Oyuncuların ortak etkinlik seçmeleri durumunda, her iki taraf da kazanç sağlar, ancak her biri farklı tercihlere sahiptir.
- **Karışık Stratejiler:** Karışık strateji dengesi, her iki oyuncunun da farklı olasılıklarla kendi tercihlerini yapmasını sağlar, böylece oyun dengesine ulaşılır.



Cinsiyetlerin Savaşı (Battle of the Sexes)

- **Önemli Noktalar:**
- **Stratejik Kararlar:** Oyuncular, kendi tercihlerine göre en iyi stratejiyi seçmeye çalışırken, diğer oyuncunun ne yapacağını tahmin etmek zorundadır.
- **İşbirliği ve Anlaşmazlık:** Bu oyun, oyuncuların birbirleriyle işbirliği yapma veya kendi tercihlerinde ısrar etme arasında bir denge kurmaları gerektiğini gösterir.
- **Çözüm:** Karışık stratejiler, her iki oyuncunun da tercih ettiği sonuca olasılıklar üzerinden ulaşmasını sağlar, bu da oyunun dengeye ulaşmasını mümkün kılar.



Geyik Avı (Stag Hunt)

▪ Oyun Matrisi:

	Geyik Avla	Tavşan Avla
Geyik Avla	2, 2	0, 1
Tavşan Avla	1, 0	1, 1



Geyik Avı (Stag Hunt)

▪ Nash Denge Noktaları (NE):

- Bu oyunda 3 farklı Nash Denge noktası (NE) vardır:
 - Her iki oyuncu da geyik avlar.
 - Her iki oyuncu da tavşan avlar.
 - **Karışık Stratejiler NE:** Erkek %50 olasılıkla geyik avlar, kadın ise %50 olasılıkla geyik avlar.



Geyik Avı (Stag Hunt)

▪ Özellikler:

- **Koordinasyon Sorunu:** Geyik avlamak her iki oyuncuya da en yüksek kazancı sağlarken, işbirliği yapılmazsa tavşan avlamak daha güvenli bir seçenek olabilir.
- **Risk ve İşbirliği:** Geyik avlama stratejisi, her iki oyuncunun da işbirliği yapmasını ve karşılıklı güven inşa etmesini gerektirir. Tavşan avlama stratejisi ise daha az kazançlı, ancak daha güvenlidir.
- **Karışık Stratejiler:** Karışık strateji dengesi, her iki oyuncunun da eşit olasılıkla geyik veya tavşan avlama kararını vermesi ile oluşur.



Geyik Avı (Stag Hunt)

- **Önemli Noktalar:**
 - **Stratejik Seçimler:** Oyuncular, yüksek riskli ama yüksek kazançlı işbirliği stratejisi ile düşük riskli ama düşük kazançlı bireysel strateji arasında seçim yapar.
 - **Pareto Optimum:** Geyik avlama, Pareto optimal bir stratejidir; her iki oyuncunun da kazancı maksimize edilir.
 - **Güven Dilemma:** Oyuncuların güven inşa edip etmeyeceklerine karar vermesi, oyunun sonucunu doğrudan etkiler.



Saf Koordinasyon Oyunu (Pure Coordination Game)

▪ Oyun Matrisi:

	Partiye Git	Evde Kal
Partiye Git	10, 10	0, 0
Evde Kal	0, 0	5, 5



Saf Koordinasyon Oyunu (Pure Coordination Game)

- **Nash Denge Noktaları (NE):**
 - Bu oyunda 3 farklı Nash Denge noktası (NE) vardır:
 - Her iki oyuncu da partiye gider.
 - Her iki oyuncu da evde kalır.
 - **Karışık Stratejiler NE:** Erkek $1/3$ olasılıkla partiye gider, kadın ise $1/3$ olasılıkla partiye gider.



Saf Koordinasyon Oyunu (Pure Coordination Game)

▪ Özellikler:

- **Koordinasyon Gereksinimi:** Oyuncuların kazanç elde edebilmesi için uyumlu stratejiler geliştirmeleri gerekmektedir. Birlikte hareket ettiklerinde kazanç sağlarlar.
- **Denge Seçenekleri:** Hem partiye gitmek hem de evde kalmak Nash dengesidir, ancak bu dengeler farklı kazançlar sunar. Parti daha yüksek bir kazanç sağlar, ancak her iki oyuncunun da aynı kararı vermesi gerekir.
- **Karışık Stratejiler:** Karışık strateji dengesinde, her iki oyuncu da belirli bir olasılıkla farklı stratejiler dener, bu da belirsizlik yaratır.



Saf Koordinasyon Oyunu (Pure Coordination Game)

- **Önemli Noktalar:**
- **Koordinasyonun Önemi:** Başarılı koordinasyon, oyunun sonucunu doğrudan etkiler ve oyuncuların en yüksek kazancı elde etmelerini sağlar.
- **Eşitlik ve Risk:** Evde kalma stratejisi daha düşük, ancak garantili bir kazanç sunar, bu da riskten kaçınan oyuncular için uygun olabilir.
- **Stratejik Karar:** Oyuncular, karşı tarafın ne yapacağını tahmin ederek en iyi stratejiyi seçmeye çalışır; bu, ortak bir kararın sağlanmasını gerektirir.



Bedava Para Oyunu (Free Money)

▪ Oyun Matrisi:

	Yazı Oyna	Tura Oyna
Yazı Oyna	1, 1	0, 0
Tura Oyna	0, 0	0, 0



Bedava Para Oyunu (Free Money)

- **Nash Denge Noktaları (NE):**
 - Bu oyunda 2 adet Nash Denge noktası (NE) vardır:
 - Her iki oyuncu da yazı oynar.
 - Her iki oyuncu da tura oynar.
 - **Nadir Bir Durum:** Nash dengesinin çift sayıda olduğu nadir durumlardan biridir.
 - **Teklik Teoremi** (The Oddness Theorem) genellikle dengenin tek sayıda olduğunu söylese de, bu oyun istisnalar arasında yer alır.



Bedava Para Oyunu (Free Money)

▪ Özellikler:

- **Koordinasyon ve Seçim:** Oyuncuların her ikisi de aynı stratejiyi seçerse (yazı veya tura), kazanç elde eder. Farklı strateji seçtiklerinde kazanç yoktur.
- **Risk Faktörü:** Tura oynamak, her iki oyuncunun da kazanç elde edememesine yol açar, yazı oynamak daha kazançlı bir stratejidir.
- **Garanti Kazanç:** Yazı oynamak, her iki oyuncunun da kazanç elde edebileceği tek stratejidir, ancak her iki oyuncunun da aynı stratejiyi seçmesi gerekir.



Bedava Para Oyunu (Free Money)

- **Önemli Noktalar:**
- **Teklik Teoremi İstisnası:** Bu oyunda, çift sayıda Nash dengesi olması, bir ilginçlik olarak dikkat çeker.
- **Stratejik Basitlik:** Oyuncuların seçimlerinin oldukça basit olduğu bu oyun, stratejik koordinasyon gerektirir.
- **Garantili Kazanç:** Yazı oynamak, her iki oyuncu için de kazanç sağlar, bu nedenle koordinasyon önemlidir.



Tavuk Oyunu (Chicken Game)

▪ Oyun Matrisi:

	Kırar (Swerve)	Düz Gider (Straight)
Kırar	0, 0	-1, 1
Düz Gider	1, -1	-10, -10



Tavuk Oyunu (Chicken Game)

- **Nash Denge Noktaları (NE):**
- Bu oyunda 3 farklı Nash Denge noktası (NE) vardır:
 - Erkek kırar, kadın düz gider.
 - Erkek düz gider, kadın kırar.
 - **Karışık Strateji NE:** Erkek 9/10 olasılıkla kırar, kadın 9/10 olasılıkla kırar.



Tavuk Oyunu (Chicken Game)

- **Özellikler:**
 - **Anti-Koordinasyon Oyunu:** Oyuncuların farklı stratejiler oynaması, her iki taraf için de karşılıklı yarar sağlar. Aynı stratejiyi seçmek genellikle olumsuz sonuçlara yol açar.
 - **Yüksek Risk:** Düz gitmek, her iki oyuncu için de büyük bir kayıp riski taşır, bu nedenle oyuncuların birbirlerinin stratejisini doğru tahmin etmeleri önemlidir.
 - **Karışık Stratejiler:** Karışık strateji dengesi, her iki oyuncunun büyük bir olasılıkla kırma kararını verdiği durumdur. Riskten kaçınmayı teşvik eder.



Tavuk Oyunu (Chicken Game)

- **Önemli Noktalar:**
- **Stratejik Zıtlık:** Bu oyun, oyuncuların birbirinden farklı stratejilerle hareket etmesinin en iyi sonuçları getirdiği bir anti-koordinasyon oyunudur.
- **Güç Dilemma:** Oyuncular, düz gitme cesareti gösterip göstermemeyi veya kırarak riski azaltmayı seçerler. Güç ve güvenlik arasında denge gerektirir.
- **Karışık Strateji Kullanımı:** Karışık stratejiler, oyuncuların hem risk almaktan kaçınmalarına hem de potansiyel kayıpları minimize etmelerine yardımcı olur.

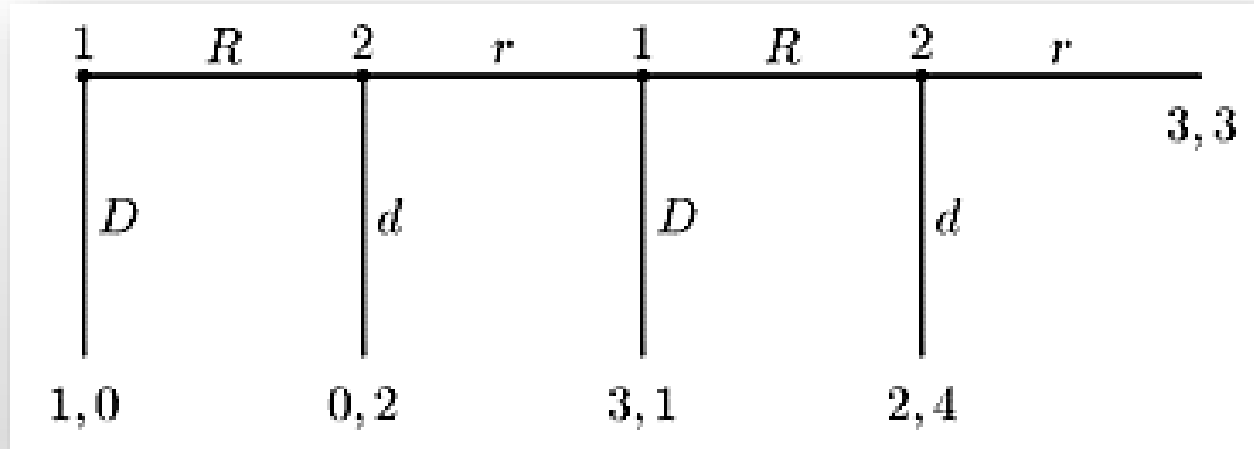


Kırkayak Oyunu (Centipede Game)

- Oyuncuların sırayla bir havuzu büyötmek için işbirliği yapma veya o noktada oyunu bitirerek kazançları bölüşme seçenekleriyle karşı karşıya kaldıkları bir oyundur.
- **SPE (Subgame Perfect Equilibrium):**
 - **Alt Oyun Mükemmel Denge (SPE):** Her oyuncu, her fırsatta oyunu sonlandırmayı (defect) seçer.
 - **Stratejik Geriye Dönük Akıl Yürütme:** Oyuncular, oyun sonunda elde edecekleri kesin kazancı göz önünde bulundurarak, ilk fırsatta oyunu sonlandırmanın en mantıklı karar olduğunu düşünürler.



Kırkayak Oyunu (Centipede Game)





Kırkayak Oyunu (Centipede Game)

▪ Özellikler:

- **İşbirliği vs. Rekabet:** Oyuncular, işbirliği yaparak daha büyük bir havuz oluşturabilirler, ancak her oyuncunun diğer oyuncunun bir sonraki turda oyunu bitireceğinden korkması, erken sonlandırma kararlarını teşvik eder.
- **Stratejik Kararsızlık:** Oyuncular, birbirlerine güvenmedikleri için her fırsatta oyunu bitirmenin en iyi strateji olduğunu düşünürler. Bu, oyunun sonucunu belirler.
- **Geriye Dönük Mantık:** Oyunun sonundan başa doğru düşünerek, her oyuncu son hamlede oyunu bitireceğini varsayar ve bu varsayım oyun boyunca devam eder.



Kırkayak Oyunu (Centipede Game)

- **Önemli Noktalar:**
 - **SPE'nin Önemi:** Subgame Perfect Equilibrium, tüm alt oyunlar için en iyi stratejiyi temsil eder ve bu dengeye göre oyuncuların her fırsatta oyunu sonlandırmaları beklenir.
 - **İşbirliği Dilemma:** Oyuncuların daha büyük bir kazanç için işbirliği yapma potansiyeli vardır, ancak stratejik olarak her biri diğerine güvenmediği için bu potansiyel genellikle gerçekleşmez.
 - **Oyunun Yapısı:** Kırkayak Oyunu, stratejik kararların ve güvenin önemini vurgulayan klasik bir oyun teorisi problemi.



SON