Olasılık ve İstatistik

Yapay Zekâ ve Veri Dersleri Rehberi · Kısım V: Matematik Temeli

Olasılık ve Bayes | Dağılımlar | Kestirim | Hipotez testi | YZ'de nerede | Komşu dersler

Sercan KÜLCÜ · Giresun Üniversitesi · Bilgisayar Mühendisliği

© Sercan Külcü. Tüm hakları saklıdır. · Sunumun etkileşimli HTML sürümü: https://sercankulcu.github.io/files/ai_courses/sunumlar/Bolum_32_Olasilik_ve_Istatistik.html

GİRİŞ

Ders Hangi Soruyu Sorar?

> **Belirsizlik nasıl ölçülür ve sınırlı veriden nasıl güvenilir sonuç çıkarılır?**

Olasılık belirsizliği ölçmenin dilidir; istatistik bu dili kullanarak **sınırlı veriden** genel sonuç çıkarır. Yapay zekâ ve veri derslerindeki her model bir belirsizlikle çalışır: tahminin ne kadar güvenilir olduğunu ancak bu ders söyleyebilir.

Bir bakışta

YAKLAŞIM olasılık modeli ve çıkarım	**GİRDİ** örneklem verisi	**ÇIKTI** kestirim, güven aralığı, test sonucu
BAŞARI ÖLÇÜTÜ yansızlık, güç, anlamlılık	**MATEMATİK YÜKÜ** kuramın kendisi	**VERİ İHTİYACI** örneklem

Kısa Tarihçe

1654
Pascal ve Fermat, yarıda kalan bir şans oyununun paylaşımı üzerine mektuplaşır.

1763
Bayes'in makalesi ölümünden sonra yayımlanır: kanıtla güncellenen olasılık.

1908
Gosset, "Student" takma adıyla küçük örneklemler için t dağılımını yayımlar.

1925
Fisher'ın Statistical Methods for Research Workers kitabı anlamlılık testini yaygınlaştırır.

1933
Kolmogorov olasılığı aksiyomlarla kurar; olasılık kuramı ölçü kuramına dayanır.

1979
Efron bootstrap yöntemini önerir: belirsizliği yeniden örneklemeyle ölçmek.

DERS

Temel Kavramlar

Koşullu olasılık
Bir bilgi verildiğinde olasılığın değişmesi.

Bayes kuralı
Önsel inancı kanıtla sonsal inanca çevirmek.

Rastgele değişken
Beklenen değer, varyans ve dağılım.

Normal dağılım
Merkezi limit kuramı: ortalamalar normale yaklaşır.

En çok olabilirlik
Veriyi en olası kılan parametreyi seçmek.

Güven aralığı
Kestirimin belirsizliğini bir aralıkla vermek.

Hipotez testi
Gözlenen fark rastlantı mı, gerçek mi?

Regresyon
Bir değişkeni ötekilerle açıklamak ve sınamak.

DERS

Tipik İş Akışı



Örnek: Bir YZ ekibi yeni öneri modelinin tıklamayı artırıp artırmadığını sorar. Kullanıcıların yarısı rastgele yeni modeli görür (A/B testi), tıklama oranları kestirilir, farkın güven aralığı hesaplanır ve fark rastlantıyla açıklanamıyorsa model yayına alınır.

DERS

Derste Neler İşlenir?

1. Sayma, olasılık aksiyomları ve koşullu olasılık
2. Bayes kuralı ve bağımsızlık
3. Kesikli dağılımlar: Bernoulli, binom, Poisson
4. Sürekli dağılımlar: düzgün, üstel, normal
5. Beklenen değer, varyans ve kovaryans
6. Ortak ve koşullu dağılımlar
7. Büyük sayılar yasası ve merkezi limit kuramı
8. Nokta kestirimi: moment yöntemi, en çok olabilirlik
9. Güven aralıkları ve bootstrap
10. Hipotez testi: t testi, ki-kare, p değeri
11. Doğrusal regresyon ve çıkarım
12. Bayesçi çıkarım: önsel ve sonsal dağılım

Kazandırdığı beceriler

scipy.stats ile test yapmak | R ya da statsmodels ile regresyon | güven aralığı hesaplamak | benzetimle olasılık sınamak | A/B testi tasarlamak

Tipik bir dönemin akışıdır; sıra ve kapsam üniversiteden üniversiteye değişir.

DENE

Yeni Öneri Modeli İşe Yarıyor mu?

Yeni öneri modeli satın alma oranını artırıyor mu? Ziyaretçilerin yarısı eski modeli (A), yarısı yeniyi (B) görüyor. Örneklemi ve gerçek farkı değiştirip deneyi tekrarlayın.



Grup başına ziyaretçi n = **1000**

Gerçek fark (B − A) = **+1,0** puan

Yeni deney | 20 kez tekrarla

Son deney: A %10,8, B %11,4
Fark +0,6 puan, GA [−2,2; +3,4]
p = **0,669** → anlamlı değil

Bu ayarla 12 deneyin **1** tanesi anlamlı çıktı (%8). Yeşil: aralık sıfırı dışarıda bırakıyor.

Küçük örneklemde aralıklar geniştir: gerçek bir iyileşme çoğu deneyde “anlamsız” çıkar. Testi açmadan önce yeterli n’yi hesaplamak, modeli boşuna çöpe atmamayı sağlar.

KONUM

Ön Koşullar

Bu dersten önce bilinmesi yararlı olan dersler ve neden gerektikleri.

Ders	Neden gerekir
Analiz (Kalkülüs)	integral ve türev: sürekli dağılımlar ve en çok olabilirlik
Ayrık Matematik	kümeler ve sayma (permütasyon, kombinasyon)

KONUM

Bu Ders Sana Göre mi?

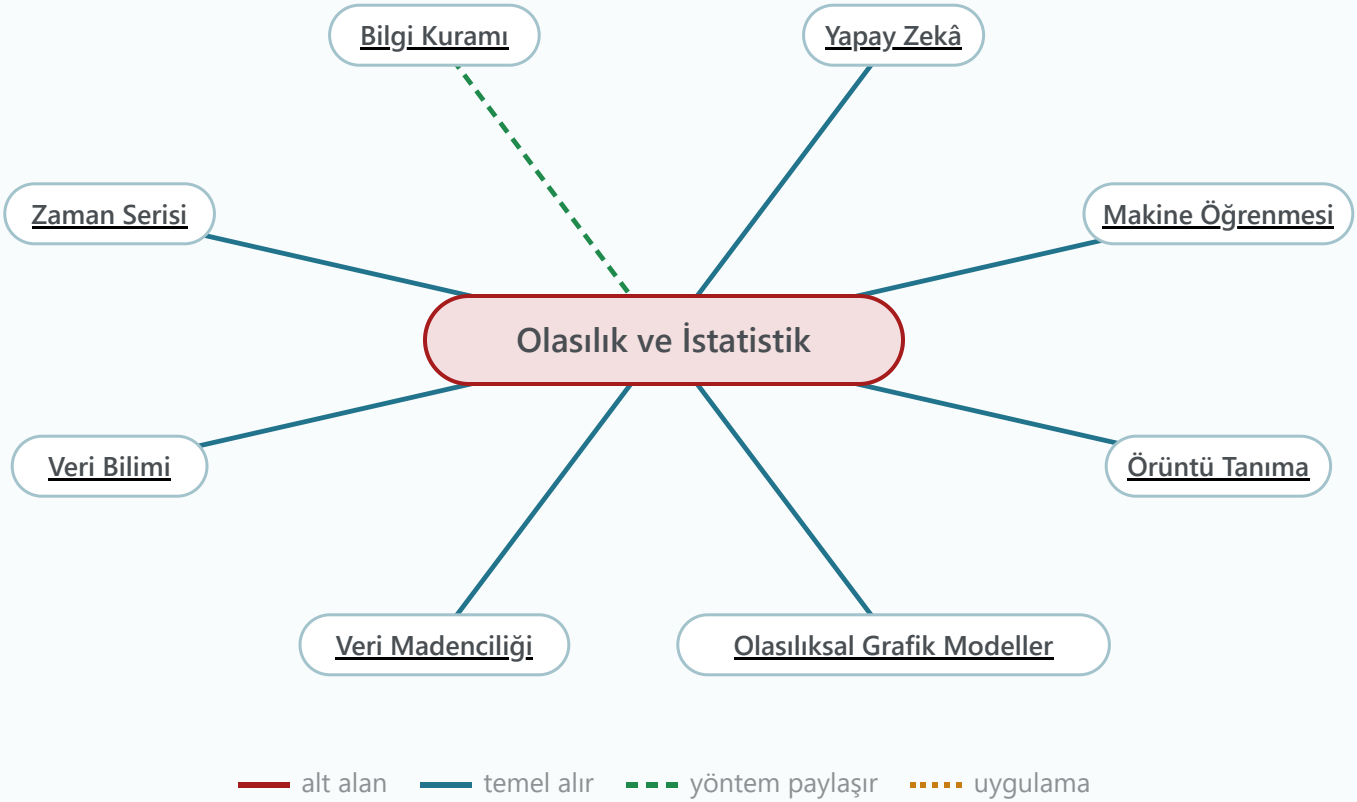
Kendine sor; "hayır" dediklerin için sağdaki sütun nereden başlayacağını gösterir.

Kendine sor	Hayırsa önce
Bir fonksiyonun integralini alıp eğri altındaki alanı bulabiliyor musun?	Analiz dersindeki belirli integral
Bir fonksiyonun en büyük değerini türev alarak bulabiliyor musun?	Analiz dersindeki türev ve uç değerler
Permütasyon ve kombinasyonla seçim sayısını hesaplayabiliyor musun?	Ayrık matematikteki sayma konuları
Python'da bir listenin ortalamasını hesaplayıp histogramını çizebiliyor musun?	Programlamaya giriş, ardından NumPy'a kısa bir giriş

Çoğuna "evet" diyebiliyorsan derse hazırsın; bir ya da iki "hayır" dönem içinde kapanabilir.

KONUM

Dersin Komşuları



Örtüştüğü Dersler

İlişki	Ders	Ortak konu
temel alır	Yapay Zekâ bu dersi temel alır	belirsizlik altında akıl yürütme, Bayes kuralı
temel alır	Makine Öğrenmesi bu dersi temel alır	genelleme hatası, yanlılık-varyans, olasılıksal modeller
temel alır	Örüntü Tanıma bu dersi temel alır	Bayes karar kuramı, yoğunluk kestirimi
temel alır	Olasılıksal Grafik Modeller bu dersi temel alır	koşullu bağımsızlık, ortak dağılım
temel alır	Veri Madenciliği bu dersi temel alır	destek, güven, anlamlılık
temel alır	Veri Bilimi bu dersi temel alır	hipotez testi, regresyon, görselleştirme
temel alır	Zaman Serisi Analizi ve Tahmin bu dersi temel alır	durağanlık, öz ilinti, ARIMA
yöntem paylaşır	Bilgi Kuramı ile yöntem paylaşır	entropi, ortak bilgi

Ayrıştığı Noktalar (1/2)

Ölçüt	Olasılık ve İstatistik	Makine Öğrenmesi	Veri Bilimi
Temel soru	Belirsizlik nasıl ölçülür ve sınırlı veriden nasıl güvenilir sonuç çıkarılır?	Bir program örneklerden nasıl genelleme yapar?	Veriden doğru soruları sorup karara dönüşen sonuçlar nasıl çıkarılır?
Yaklaşım	olasılık modeli ve çıkarım	istatistiksel öğrenme	soru, veri, analiz, anlatı
Girdi	örneklem verisi	etiketli ya da etiketsiz örnekler	ham, dağınık veri
Çıktı	kestirim, güven aralığı, test sonucu	tahmin yapan model	rapor, görselleştirme, model
Başarı ölçütü	yansızlık, güç, anlamlılık	görülmemiş veride hata	kararlara katkı, doğruluk
Matematik yükü	kuramın kendisi	yüksek: doğrusal cebir, olasılık, optimizasyon	orta: istatistik
Veri ihtiyacı	örneklem	orta ve çok	orta ve çok

- **Makine Öğrenmesi:** MÖ tahmin başarımını öne çıkarır; istatistik modelin anlamını, varsayımlarını ve belirsizliğini sorar.
- **Veri Bilimi:** Veri bilimi bütün süreci (veri, çözümleme, iletişim) kapsar; bu ders o sürecin çıkarım kuramını verir.

Ayrıştığı Noktalar (2/2)

Ölçüt	Olasılık ve İstatistik	Olasılıksal Grafik Modeller	Bilgi Kuramı
Temel soru	Belirsizlik nasıl ölçülür ve sınırlı veriden nasıl güvenilir sonuç çıkarılır?	Birbirine bağlı, belirsiz çok sayıda değişken nasıl modellenir ve sorgulanır?	Bilgi nasıl ölçülür, en az kayıpla nasıl sıkıştırılır ve iletilir?
Yaklaşım	olasılık modeli ve çıkarım	olasılık ve çizge bir arada	olasılıkla bilgi ölçümü
Girdi	örneklem verisi	değişkenler, bağımlılık yapısı, veri	kaynak ve kanal modeli
Çıktı	kestirim, güven aralığı, test sonucu	koşullu olasılık, en olası açıklama	sınır, kod, sıkıştırma oranı
Başarı ölçütü	yansızlık, güç, anlamlılık	olabilirlik, çıkarım doğruluğu	bit, kanal kapasitesi
Matematik yükü	kuramın kendisi	yüksek: olasılık	yüksek: olasılık
Veri ihtiyacı	örneklem	orta	gerekmez

- **Olasılıksal Grafik Modeller:** Olasılıksal grafik modeller çok değişkenli dağılımları çizgeyle yapılandırır; bu ders tek ve az değişkenle başlar.
- **Bilgi Kuramı:** Bilgi kuramı belirsizliği entropiyle ölçer; bu ders olasılıkla kestirim ve karar üzerine kuruludur.

UYGULAMA

Uygulama Alanları

A/B testi
Yeni modelin gerçekten daha iyi olup olmadığı.

Naive Bayes
Metin ve istenmeyen e-posta sınıflandırma.

Belirsizlik
Tahminin güven aralığı ve kalibrasyonu.

Model karşılaştırma
İki modelin farkı anlamlı mı?

Üretken modeller
Verinin dağılımını öğrenip örneklemek.

Tıbbi testler
Duyarlılık, özgüllük ve taban oranı.

UYGULAMA

Riskler ve Etik

p-hacking
Pek çok analiz seçeneğini deneyip yalnız "anlamlı" çıkanı raporlamak, rastlantıyı bulgu gibi gösterir.

Çoklu test
Yüz karşılaştırmada 0,05 düzeyinde yaklaşık beş yanlış pozitif beklenir; düzeltme yapılmazsa sahte bulgu çıkar.

Simpson paradoksu
Gruplar birleştirilince eğilim tersine dönebilir; 1973 Berkeley lisansüstü kabul verisi bilinen örnektir.

Seçilim yanlılığı
Rastgele olmayan örneklem ne kadar büyük olursa olsun yanıltır; 1936 Literary Digest anketi bunu gösterdi.

Ayrıntılı tartışma: Açıklanabilir Yapay Zekâ ve Yapay Zekâ Etiği.

UYGULAMA

Araçlar ve Örnek Veriler

Araçlar ve kütüphaneler

R | SciPy (scipy.stats) | statsmodels | pandas | PyMC | Stan

Klasik örnek problemler

Monty Hall | Doğum günü paradoksu | Tıbbi test ve taban oranı | Galton'un boy verisi | A/B testi | Kumarbaz yanılgısı

UYGULAMA

Sık Karıştırılanlar

Yaygın düşünce	Doğrusu
p = 0,03 ise hipotezin doğru olma olasılığı %97'dir.	p değeri, sıfır hipotezi doğruysa bu kadar uç verinin görülme olasılığıdır; hipotezin olasılığı değildir.
İlinti varsa neden-sonuç vardır.	Ortak bir neden ya da rastlantı da ilinti üretir; nedensellik için deney gerekir.
Test %99 doğruysa pozitif sonuç %99 hastalıktır.	Hastalık nadirse pozitiflerin çoğu yanlış alarm olabilir; Bayes kuralı taban oranını katar.
Çok veri varsa istatistiğe gerek kalmaz.	Büyük veride önemsiz farklar bile "anlamlı" çıkar; etki büyüklüğü ve yanlılık hâlâ sorulur.

SONRASI

Bu Dersten Sonra

Bu dersi temel alan ya da genişleten dersler

Yapay Zekâ | Makine Öğrenmesi | Örüntü Tanıma | Olasılıksal Grafik Modeller | Veri Madenciliği | Veri Bilimi | Zaman Serisi Analizi ve Tahmin

İlgili meslekler

İstatistikçi | Veri bilimci | Makine öğrenmesi araştırmacısı | Biyoistatistikçi | Aktüer

Bu dersten sonra makine öğrenmesine, olasılıksal grafik modellere, örüntü tanımaya ve bilgi kuramına geçmek kolaylaşır. Bayesçi istatistik ve nedensel çıkarım, belirsizliği ve neden-sonuç ilişkisini daha derin ele alan iki doğal devam yoludur.

SONRASI

Kaynaklar

- Wasserman, *All of Statistics*, Springer, 2004.
- DeGroot ve Schervish, *Probability and Statistics*, 4. baskı, Pearson, 2012.
- Blitzstein ve Hwang, *Introduction to Probability*, 2. baskı, CRC Press, 2019.
- Gelman, Carlin, Stern, Dunson, Vehtari ve Rubin, *Bayesian Data Analysis*, 3. baskı, CRC Press, 2013.

Son

Bölüm 32: Olasılık ve İstatistik

← Önceki bölüm · Alanın haritası · Sonraki bölüm →